



## ORDRE, CHAOS, FRACTALES

### CHAOS AND FRACTALS

Responsable(s): **Christophe BAILLY, Didier DRAGNA**

| Cours : 22.0 | TD : 0.0 | TP : 0.0 | Autonomie : 10.0 | BE : 0.0 | Projet : 0.0 | Langue du cours : MI

#### Objectifs de la formation

Le concept de chaos déterministe a profondément changé la façon dont nous abordons la modélisation de nombreux problèmes. Le problème des trois corps de Poincaré en mécanique céleste et les travaux de Lorenz en météorologie en sont deux exemples emblématiques désormais célèbres. Le cours introduit les principales idées et notions théoriques utilisées pour décrire le comportement de ces systèmes dynamiques chaotiques et non linéaires. Un petit nombre de degrés de liberté effectifs est très souvent suffisant pour observer le chaos, ce qui permet une analyse mathématique plus accessible. Le domaine d'application était historiquement plutôt celui de la mécanique, mais tous les domaines de la physique et même au-delà (biologie, médecine, économie,

**Mots-clés :** Systèmes dynamiques, stabilité, bifurcations, cycle limite, attracteur étrange, chaos, dimensions fractales, exposants de Lyapunov, contrôle, identification et reconstruction

#### Programme

1-Introduction aux systèmes dynamiques. 2-Stabilité des équilibres: Lyapunov, points fixes, cycles limites, théorème de Poincaré-Bendixon, bifurcations canoniques, attracteur. 3-Fractales: introduction, génération, percolation, dimensions. 4-Sensibilité aux conditions initiales: introduction, exposants de Lyapunov pour les cartes, exposants de Lyapunov pour les systèmes dynamiques, prédiction à un horizon temporel long. 5-Chaos hamiltonien: illustration en mécanique céleste; quelques propriétés des systèmes hamiltoniens, résonances, théorème KAM, stabilité du système solaire. 6-Contrôle du chaos: motivation, algorithmes et illustrations. 7-Identification et reconstruction à partir de séries temporelles.

#### Compétences

- Connaître les concepts fondamentaux pour l'étude des systèmes dynamiques
- S'appropriier ces concepts à travers des études de cas numériques simples
- Être capable d'expliquer le comportement des systèmes dynamiques non linéaires

#### Travail en autonomie

**Objectifs :** Maîtriser les concepts du cours en résolvant des études de cas (à réaliser sous Matlab ou Python). Études de cas: oscillateur de van der Pol, modèle proies-prédateurs, fractales de Newton, jeu du chaos, ensembles de Julia et Mandelbrot, application logistique et théorème de Sharkovsky,...

**Méthodes :** ... attracteur étrange d'Hénon, attracteur de Lorenz (météorologie, synchronisation et cryptage), attracteur de Rössler, mélange chaotique, problème restreint des trois corps, attracteur d'Hénon, reconstruction des systèmes de Lorenz et de Rössler, application en médecine.

#### Bibliographie

Strogatz, S.H., *NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS (2ND EDITION)*, Westview Press, 2015  
Alligood, K., Sauer, T., Yorke, J. *CHAOS: AN INTRODUCTION TO DYNAMICAL SYSTEMS*, Springer, 1996  
Ott, E. *CHAOS IN DYNAMICAL SYSTEMS*, Cambridge University Press, 1993

#### Contrôle des connaissances

Note = 50% savoir + 50% savoir-faire  
Note de savoir = 40% examen terminal + 60% contrôle continue  
Note de savoir-faire = 40% examen terminal + 60% contrôle continue